Белорусский государственный технологический университет

Факультет информационных технологий

Кафедра программной инженерии

 Лабораторная работа № 5

По дисциплине «Математическое программирование»

На тему «Транспортная задача»

Выполнила:

Студентка 2 курса 10 группы

Рублевская Маргарита Владимировна

Преподаватель: асс. Ромыш А.С.

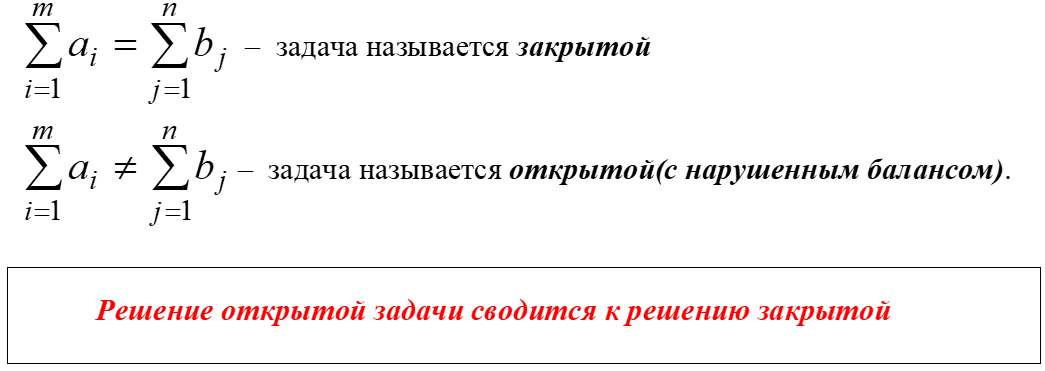
2025, Минск

**Вариант 10**

**Задание 1:** решить транспортную задачу. Имеется 5 поставщиков продукции и 6 потребителей.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **22** | **12** | **16** | **13** | **21** | **11** | **178** |
| 2 | **20** | **10** | **18** | **15** | **17** | **23** | **123** |
| 3 | **11** | **15** | **21** | **18** | **12** | **21** | **160** |
| 4 | **14** | **20** | **20** | **13** | **23** | **12** | **169** |
| 5 | **13** | **21** | **19** | **10** | **20** | **14** | **110** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **153** | **117** | **141** | **203** | **105** | **173** |  |

Производим проверку является ли задача закрытой.



Из результатов видно, что потребность превышает количество на складах, т.е. задача является открытой.

Чтобы получить закрытую модель, введем дополнительный пункт отправления 6 c запасами 892-740 = 152. Тарифы перевозки из пункта отправления 6 во все пункты назначения полагаем равными нулю. В результате получим закрытую модель транспортной задачи:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **22** | **12** | **16** | **13** | **21** | **11** | **178** |
| 2 | **20** | **10** | **18** | **15** | **17** | **23** | **123** |
| 3 | **11** | **15** | **21** | **18** | **12** | **21** | **160** |
| 4 | **14** | **20** | **20** | **13** | **23** | **12** | **169** |
| 5 | **13** | **21** | **19** | **10** | **20** | **14** | **110** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **152** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **153** | **117** | **141** | **203** | **105** | **173** |  |

Теперь выполняется условие.

**Этап I.**

***Метод наименьшей стоимости***

Суть метода заключается в том, что из всей таблицы стоимостей выбирают клетку с наименьшей стоимостью, для этой ячейки присваиваем меньшее из чисел ai, или bj. Затем, из рассмотрения исключают либо строку, соответствующую поставщику, запасы которого полностью израсходованы, либо столбец, соответствующий потребителю, потребности которого полностью удовлетворены, либо строку и столбец, если израсходованы запасы поставщика и удовлетворены потребности потребителя. Повторяем, пока все запасы не будут распределены, а потребности удовлетворены.

Выбор наименьшей ячейки С22= 10

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **22** | **12** | **16** | **13** | **21** | **11** | **178** |
| 2 | **20** | **10** | **18** | **15** | **17** | **23** | **123** |
| 3 | **11** | **15** | **21** | **18** | **12** | **21** | **160** |
| 4 | **14** | **20** | **20** | **13** | **23** | **12** | **169** |
| 5 | **13** | **21** | **19** | **10** | **20** | **14** | **110** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **152** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **153** | **117** | **141** | **203** | **105** | **173** |  |

x22=min(117,123)=117

Выбор наименьшей ячейки С54= 10.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **22** | **12** | **16** | **13** | **21** | **11** | **178** |
| 2 | **20** | **10/117** | **18** | **15** | **17** | **23** | **6** |
| 3 | **11** | **15** | **21** | **18** | **12** | **21** | **160** |
| 4 | **14** | **20** | **20** | **13** | **23** | **12** | **169** |
| 5 | **13** | **21** | **19** | **10** | **20** | **14** | **110** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **152** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **153** | **0** | **141** | **203** | **105** | **173** |  |

x54=min(203,110)=110

Выбор наименьшей ячейки С31= 11

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **22** | **12** | **16** | **13** | **21** | **11** | **178** |
| 2 | **20** | **10/117** | **18** | **15** | **17** | **23** | **6** |
| 3 | **11** | **15** | **21** | **18** | **12** | **21** | **160** |
| 4 | **14** | **20** | **20** | **13** | **23** | **12** | **169** |
| 5 | **13** | **21** | **19** | **10/110** | **20** | **14** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **152** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **153** | **0** | **141** | **93** | **105** | **173** |  |

x31=min(153,160)=153;

Выбор наименьшей ячейки С16= 11

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **22** | **12** | **16** | **13** | **21** | **11** | **178** |
| 2 | **20** | **10/117** | **18** | **15** | **17** | **23** | **6** |
| 3 | **11/153** | **15** | **21** | **18** | **12** | **21** | **7** |
| 4 | **14** | **20** | **20** | **13** | **23** | **12** | **169** |
| 5 | **13** | **21** | **19** | **10/110** | **20** | **14** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **152** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **141** | **93** | **105** | **173** |  |

x16=min(173,178)=173;

Выбор наименьшей ячейки С35= 12

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **22** | **12** | **16** | **13** | **21** | **11/173** | **5** |
| 2 | **20** | **10/117** | **18** | **15** | **17** | **23** | **6** |
| 3 | **11/153** | **15** | **21** | **18** | **12** | **21** | **7** |
| 4 | **14** | **20** | **20** | **13** | **23** | **12** | **169** |
| 5 | **13** | **21** | **19** | **10/110** | **20** | **14** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **152** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **141** | **93** | **105** | **0** |  |

x35=min(105,7)=7;

Выбор наименьшей ячейки С14= 13

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **22** | **12** | **16** | **13** | **21** | **11/173** | **5** |
| 2 | **20** | **10/117** | **18** | **15** | **17** | **23** | **6** |
| 3 | **11/153** | **15** | **21** | **18** | **12/7** | **21** | **0** |
| 4 | **14** | **20** | **20** | **13** | **23** | **12** | **169** |
| 5 | **13** | **21** | **19** | **10/110** | **20** | **14** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **152** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **141** | **93** | **98** | **0** |  |

x14=min(93,5)=5;

Выбор наименьшей ячейки С44= 13

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **22** | **12** | **16** | **13/5** | **21** | **11/173** | **0** |
| 2 | **20** | **10/117** | **18** | **15** | **17** | **23** | **6** |
| 3 | **11/153** | **15** | **21** | **18** | **12/7** | **21** | **0** |
| 4 | **14** | **20** | **20** | **13** | **23** | **12** | **169** |
| 5 | **13** | **21** | **19** | **10/110** | **20** | **14** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **152** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **141** | **88** | **98** | **0** |  |

X44=min(88,169)=88;

Выбор наименьшей ячейки С24= 17

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **22** | **12** | **16** | **13/5** | **21** | **11/173** | **0** |
| 2 | **20** | **10/117** | **18** | **15** | **17** | **23** | **6** |
| 3 | **11/153** | **15** | **21** | **18** | **12/7** | **21** | **0** |
| 4 | **14** | **20** | **20** | **13/88** | **23** | **12** | **81** |
| 5 | **13** | **21** | **19** | **10/110** | **20** | **14** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **152** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **141** | **0** | **98** | **0** |  |

x24=min(6,98)=6;

Выбор наименьшей ячейки С43= 20

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **22** | **12** | **16** | **13/5** | **21** | **11/173** | **0** |
| 2 | **20** | **10/117** | **18** | **15** | **17/6** | **23** | **0** |
| 3 | **11/153** | **15** | **21** | **18** | **12/7** | **21** | **0** |
| 4 | **14** | **20** | **20** | **13/88** | **23** | **12** | **81** |
| 5 | **13** | **21** | **19** | **10/110** | **20** | **14** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **152** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **141** | **0** | **92** | **0** |  |

x43=min(81,141)=81;

Выбор наименьшей ячейки С63= 0

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **22** | **12** | **16** | **13/5** | **21** | **11/173** | **0** |
| 2 | **20** | **10/117** | **18** | **15** | **17/6** | **23** | **0** |
| 3 | **11/153** | **15** | **21** | **18** | **12/7** | **21** | **0** |
| 4 | **14** | **20** | **20/81** | **13/88** | **23** | **12** | **0** |
| 5 | **13** | **21** | **19** | **10/110** | **20** | **14** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **152** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **60** | **0** | **92** | **0** |  |

X63=min(60,154)=60;

Выбор наименьшей ячейки С65= 0

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **22** | **12** | **16** | **13/5** | **21** | **11/173** | **0** |
| 2 | **20** | **10/117** | **18** | **15** | **17/6** | **23** | **0** |
| 3 | **11/153** | **15** | **21** | **18** | **12/7** | **21** | **0** |
| 4 | **14** | **20** | **20/81** | **13/88** | **23** | **12** | **0** |
| 5 | **13** | **21** | **19** | **10/110** | **20** | **14** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0/60** | **0** | **0** | **0** | **92** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **0** | **0** | **92** | **0** |  |

x65=min(92,92)=92;

Количество базисных переменных должно быть m+n-1= 6+6-1= 11. В таблице их также 11, следовательно план является невырожденным.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **22** | **12** | **16** | **13/5** | **21** | **11/173** | **0** |
| 2 | **20** | **10/117** | **18** | **15** | **17/6** | **23** | **0** |
| 3 | **11/153** | **15** | **21** | **18** | **12/7** | **21** | **0** |
| 4 | **14** | **20** | **20/81** | **13/88** | **23** | **12** | **0** |
| 5 | **13** | **21** | **19** | **10/110** | **20** | **14** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0/60** | **0** | **0/92** | **0** | **0** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** |  |

В результате получен первый опорный план, который является допустимым, так как все грузы из баз вывезены, потребность потребителей удовлетворена, а план соответствует системе ограничений транспортной задачи.

Первое допустимое решение

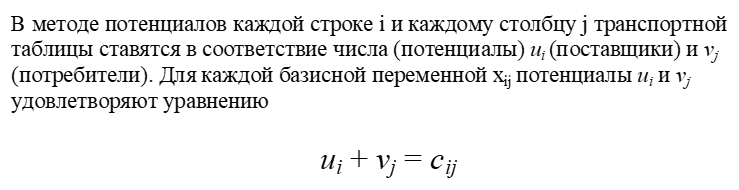
x31=153, x22=117, x43=81, x63=60, x14=5, x44=88, x54=110, x25=6, x35=7, x65=92, x16=173;

Значение функции цели тогда:

Z= 13\*5 + 11\*173 + 10\*117 + 17\*6 + 11\*153 + 12\*7 + 20\*81 + 13\*88 + 10\*110 + 0\*60 + 0\*92 = 8871

**Этап II**

***Метод потенциалов***

**

Найдем предварительные потенциалы ui, vj. по занятым клеткам таблицы, полагая, что u1 = 0.

u1 + v4 = 13; 0 + v4 = 13; v4 = 13

u4 + v4 = 13; 13 + u4 = 13; u4 = 0

u4 + v3 = 20; 0 + v3 = 20; v3 = 20

u6 + v3 = 0; 20 + u6 = 0; u6 = -20

u6 + v5 = 0; -20 + v5 = 0; v5 = 20

u2 + v5 = 17; 20 + u2 = 17; u2 = -3

u2 + v2 = 10; -3 + v2 = 10; v2 = 13

u3 + v5 = 12; 20 + u3 = 12; u3 = -8

u3 + v1 = 11; -8 + v1 = 11; v1 = 19

u5 + v4 = 10; 13 + u5 = 10; u5 = -3

u1 + v6 = 11; 0 + v6 = 11; v6 = 11

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | v1=19 | v2=13 | v3=20 | v4=13 | v5=20 | v6=11 | ЗАПАСЫ |
| u1=0 | **22** | **12** | **16** | **13[5]** | **21** | **11[173]** | **0** |
| u2=-3 | **20** | **10[117]** | **18** | **15** | **17[6]** | **23** | **0** |
| u3=-8 | **11[153]** | **15** | **21** | **18** | **12[7]** | **21** | **0** |
| u4=0 | **14** | **20** | **20[81]** | **13[88]** | **23** | **12** | **0** |
| u5=-3 | **13** | **21** | **19** | **10[110]** | **20** | **14** | **0** |
| u6=-20 | **0** | **0** | **0[60]** | **0** | **0[92]** | **0** | **0** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** |  |

Для свободных клеток xij = ui + vj - cij

|  |  |
| --- | --- |
| Небазисная переменная |  |
| x11 | **0+19-22=-3** |
| x21 | **(-3)+19-20=-4** |
| x41 | **0+19-14=5** |
| x51 | **(-3)+19-13=3** |
| x61 | **-20+19-0=-1** |
| x12 | **0+13-12=1** |
| x32 | **(-8)+13-15=-10** |
| x42 | **0+13-20=-7** |
| x52 | **(-3)+13-21=-11** |
| x62 | **-20+13+0=-7** |
| x13 | **0+20-16=4** |
| x23 | **(-3)+20-18=-1** |
| x33 | **(-8)+20-21=-9** |
| x53 | **(-3)+20-19=-2** |
| x24 | **(-3)+13-15=-5** |
| x34 | **(-8)+13-18=-13** |
| x15 | **0+20-21=-1** |
| x45 | **0+20-23=-3** |
| x55 | **(-3)+20-20=-3** |
| x26 | **(-3)+11-23=-15** |
| x36 | **(-8)+11-21=-18** |
| x46 | **0+11-12=-1** |
| x56 | **(-3)+11-14=-6** |

Вводимой в базис будет переменная, имеющая наибольшее положительное значение -x41.

Определив вводимую в базис переменную, следует определить исключаемую из базиса переменную. Обозначим через θ количество груза, перевозимого по маршруту (4,1). Максимально возможное значение θ определяем из следующих условий:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | 22 | 12 | 16 | 13[5] | 21 | 11[173] | 178 |
| 2 | 20 | 10[117] | 18 | 15 | 17[6] | 23 | 123 |
| 3 | 11[153]  [-] | 15 | 21 | 18 | 12[7]  [+] | 21 | 160 |
| 4 | 14[+] | 20 | 20[81]  [-] | 13[88] | 23 | 12 | 169 |
| 5 | 13 | 21 | 19 | 10[110] | 20 | 14 | 110 |
| 6 | 0 | 0 | 0[60]  [+] | 0 | 0[92]  [-] | 0 | 152 |
| ПОТРЕБНОСТИ | 153 | 117 | 141 | 203 | 105 | 173 |  |

Перемещаем товары по циклу 81 единиц (минимальный в минусовом клетке (4,3)) цикл (4,1) →(4,3) →(6,3) →(6,5) →(3,5) →(3,1)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | 22 | 12 | 16 | 13[5] | 21 | 11[173] | 178 |
| 2 | 20 | 10[117] | 18 | 15 | 17[6] | 23 | 123 |
| 3 | 11[72] | 15 | 21 | 18 | 12[88] | 21 | 160 |
| 4 | 14[81] | 20 | 20 | 13[88] | 23 | 12 | 169 |
| 5 | 13 | 21 | 19 | 10[110] | 20 | 14 | 110 |
| 6 | 0 | 0 | 0[141] | 0 | 0[11] | 0 | 152 |
| ПОТРЕБНОСТИ | 153 | 117 | 141 | 203 | 105 | 173 |  |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | B6 | ЗАПАСЫ |

Повторим вычисление потенциалов.

u1 = 0.

u1 + v4 = 13; 0 + v4 = 13; v4 = 13

u4 + v4 = 13; 13 + u4 = 13; u4 = 0

u4 + v1 = 14; 0 + v1 = 14; v1 = 14

u3 + v1 = 11; 14 + u3 = 11; u3 = -3

u3 + v5 = 12; -3 + v5 = 12; v5 = 15

u2 + v5 = 17; 15 + u2 = 17; u2 = 2

u2 + v2 = 10; 2 + v2 = 10; v2 = 8

u6 + v5 = 0; 15 + u6 = 0; u6 = -15

u6 + v3 = 0; -15 + v3 = 0; v3 = 15

u5 + v4 = 10; 13 + u5 = 10; u5 = -3

u1 + v6 = 11; 0 + v6 = 11; v6 = 11

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=14 | v2=8 | v3=15 | v4=13 | v5=15 | v6=11 |
| u1=0 | 22 | 12 | 16 | 13[5] | 21 | 11[173] |
| u2=2 | 20 | 10[117] | 18 | 15 | 17[6] | 23 |
| u3=-3 | 11[72] | 15 | 21 | 18 | 12[88] | 21 |
| u4=0 | 14[81] | 20 | 20 | 13[88] | 23 | 12 |
| u5=-3 | 13 | 21 | 19 | 10[110] | 20 | 14 |
| u6=-15 | 0 | 0 | 0[141] | 0 | 0[11] | 0 |

|  |  |
| --- | --- |
| Небазисная переменная |  |
| x11 | **0+14-22=-8** |
| x21 | **2+14-20=-4** |
| x51 | **(-3)+14-13=-2** |
| x61 | **-15+14-0=-1** |
| x12 | **0+8-12=-4** |
| x32 | **(-3)+8-15=-10** |
| x42 | **0+8-20=-12** |
| x52 | **(-3)+8-21=-16** |
| x62 | **-15+8+0=-7** |
| x13 | **0+15-16=-1** |
| x23 | **2+15-18=-1** |
| x33 | **(-3)+15-21=-9** |
| x53 | **(-3)+15-19=-7** |
| x24 | **2+13-15=0** |
| x34 | **(-3)+13-18=-8** |
| x15 | **0+15-21=-6** |
| x45 | **0+15-23=-8** |
| x55 | **(-3)+15-20=-8** |
| x26 | **2+11-23=-10** |
| x36 | **(-3)+11-21=-12** |
| x46 | **0+11-12=-1** |
| x56 | **(-3)+11-14=-6** |
| x64 | **(-15)+13-0=-2** |
| x66 | **(-15)+11-0=-4** |

Опорный план является оптимальным, так все оценки свободных клеток удовлетворяют условию ui + vj ≤ cij.

Минимальные затраты составят: F(x) = 13\*5 + 11\*173 + 10\*117 + 17\*6 + 11\*72 + 12\*88 + 14\*81 + 13\*88 + 10\*110 + 0\*141 + 0\*11 = 8466.

**Вывод:** в ходе выполнения данной лабораторной работы были приобретены навыки решения открытой транспортной задачи. Для решения задачи был применен метод наименьшей стоимости и метод потенциалов, которые позволяют определить оптимальный план перевозок при минимальных затратах. Были проведены расчеты с использованием данных методов, что позволило получить оптимальный план перевозок.